

# MODÉLISATION DES EFFORTS

## Effort développé par un ressort

### 1 – PRÉAMBULE

**Définition :** un ressort est un organe élastique capable de supporter d'importantes déformations et destiné à exercer une force en tendant à reprendre sa forme initiale après avoir été plié, tendu, comprimé ou tordu.

**Fonction :** les ressorts sont destinés à amortir des chocs [tampons, ressorts de suspension des voitures] par absorption d'énergie pour produire un mouvement [mouvement d'horlogerie] par restitution de l'énergie emmagasinée lors de la déformation.



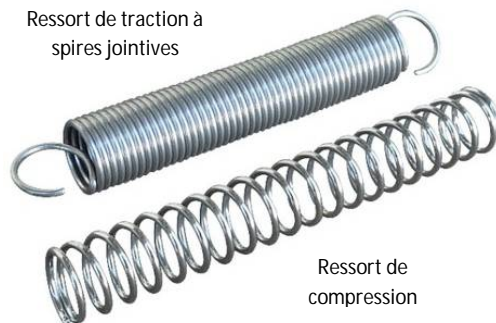
*Il suffit de consulter un catalogue de fabricant de ressorts pour constater qu'il en existe de tout type, de toute forme.*

### 2 – RESSORT DE TRACTION / COMPRESSION

**Un ressort de traction** subit un allongement. Il est équipé de deux boucles ou attaches à chacune de ses extrémités. En général il a pour vocation d'emmagasiner une certaine quantité d'énergie lors d'une extension, énergie qu'il restitue quand il reprend sa forme initiale.

**Un ressort de compression** est une pièce mécanique cylindrique et hélicoïdale qui restitue l'effort qui lui a été imposé lorsque cet effort disparaît.

Ressort de traction à spires jointives



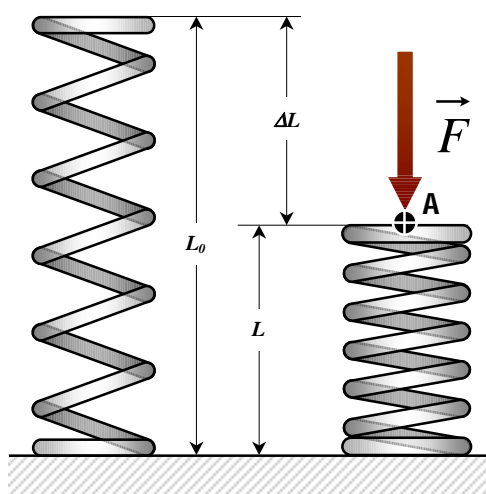
Ressort de compression

**\* Relation effort / allongement :** (loi de comportement)

On considère un ressort de compression de longueur initiale  $L_0$  sur lequel on le comprime.

Soumis à l'effort  $\vec{F}$ , le ressort a une nouvelle longueur  $L_1$ ; il s'est allongé de  $x = |L_0 - L_1|$ .

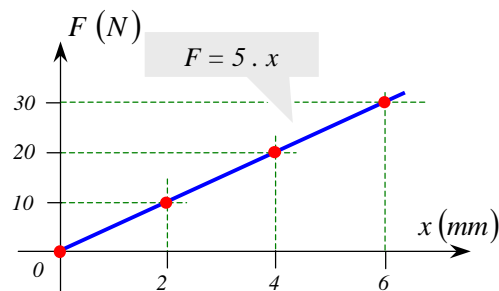
On constate expérimentalement (et on peut le montrer théoriquement) que **l'effort est proportionnel à l'allongement**. L'équation est donc celle d'une droite passant par l'origine :



Raideur ( $N \cdot mm^{-1}$ )

Force (N)      Allongement (m)

$$F = K \cdot \Delta L$$



*L'allongement  $x$  est parfois noté  $\Delta x$ ; c'est la même chose.*

*Les ressorts de compression ont le même comportement que les ressorts de traction.*

**\* Modélisation :**

L'effort développé par un ressort de traction ou de compression se modélise à l'aide d'un **glisseur** (voir figure de l'exemple en page précédente) :

$$\left\{ T \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} \vec{T} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{\mathcal{R}} = \left\{ \begin{matrix} -k \cdot x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{\mathcal{R}}$$

**\* Énergie potentielle élastique (emmagasinée) :**

⇒ Voir la section « Energétique » pour plus d'information

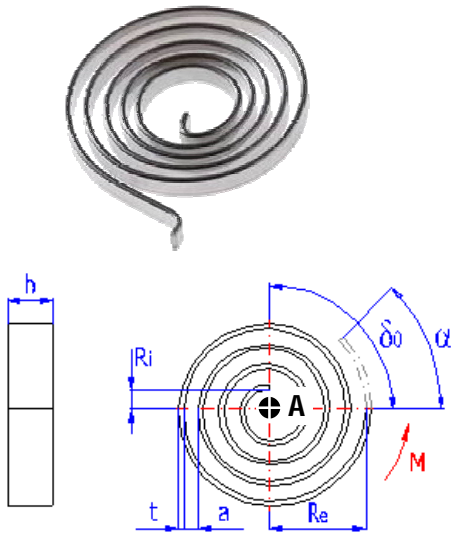
C'est à partir de la notion de travail d'une force et d'un petit calcul intégral qu'on montre très facilement la relation ci-contre :

$$E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot F \cdot \Delta L = \frac{1}{2} \cdot K \cdot \Delta L^2$$

↑ Énergie (J)     ↑ Force (N)     ↑ Raideur (N.mm<sup>-1</sup>)     ↑ Allongement (m)

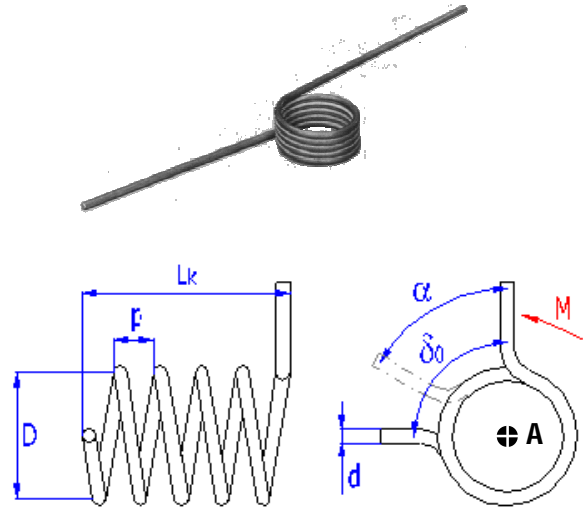
**3 – RESSORT DE TORSION**

Ressort en spirale



Ressort fait d'une bande de coupe rectangulaire enroulée dans la forme de la spirale d'Archimède, avec un espacement constant entre ses spires actives, sous l'action d'un couple de forces dans la direction de l'enroulement.

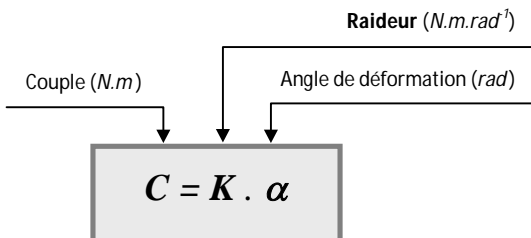
Ressort cylindrique hélicoïdal



Ressorts de forme cylindrique faits de fils hélicoïdaux, avec un espacement constant entre les spires actives, capables d'absorber les forces externes appliquées dans les plans perpendiculaires à l'axe d'enroulement par un couple dans la direction de l'enroulement ou du déroulement.

**\* Relation effort / allongement :**

(Loi de comportement)



**\* Modélisation :**

L'effort développé par un ressort de torsion se modélise à l'aide d'un torseur **couple** (voir figure de l'exemple en page précédente) :

$$\left\{ T \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \vec{C} \end{matrix} \right\}_{\mathcal{R}} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & k \cdot \alpha \end{matrix} \right\}_{\mathcal{R}}$$

**\* Énergie potentielle élastique (emmagasinée) :**

Énergie (J)     Raideur (N.m.rad<sup>-1</sup>)

$$E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \alpha = \frac{1}{2} \cdot K \cdot \alpha^2$$

↑ Couple (N.m)     ↑ Angle de déformation (rad)